

Regeln zur Ableitung von Funktionen

Konstantenregel:

Eine konstante Funktion $f(x) = c$ ($c \in \mathbb{R}$, aber fest) besitzt für alle $x \in \mathbb{R}$ die Ableitung $f'(x) = 0$.

Potenzregel für natürliche Exponenten:

Die Funktion $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) ist differenzierbar, und es gilt: $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Faktorregel:

Ist g eine differenzierbare Funktion, so ist auch die Funktion f mit $f(x) = k \cdot g(x)$ ($k \in \mathbb{R}$) differenzierbar, und es gilt: $f'(x) = k \cdot g'(x)$. (Ein konstanter Faktor bleibt beim Differenzieren erhalten.)

Summenregel:

Sind zwei Funktionen u und v an der Stelle x_0 differenzierbar, so ist auch die Summenfunktion s mit $s(x) = u(x) + v(x)$ an der Stelle x_0 differenzierbar, und es gilt: $s'(x_0) = u'(x_0) + v'(x_0)$.

Aussage gilt allgemein für jede Stelle x_0 : $s'(x) = u'(x) + v'(x)$ oder kurz: $s' = u' + v'$

Produktregel:

Sind zwei Funktionen u und v an der Stelle x_0 differenzierbar, so ist auch die Funktion p mit $p(x) = u(x) \cdot v(x)$ an der Stelle x_0 differenzierbar, und es gilt: $p'(x_0) = u'(x_0) \cdot v(x_0) + u(x_0) \cdot v'(x_0)$

Aussage gilt allgemein für jede Stelle x_0 : $p'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$ oder kurz: $p' = u'v + uv'$

Produktregel für 3 Faktoren: $p' = (u \cdot v \cdot w)' = u' \cdot v \cdot w + u \cdot v' \cdot w + u \cdot v \cdot w'$

Produktregel für n Faktoren: $p' = \left(\prod_{i=1}^n u_i \right)' = \sum_{i=1}^n u_i' \cdot \frac{1}{u_i} \prod_{j=1}^n u_j$

Quotientenregel:

Sind zwei Funktionen u und v an der Stelle x_0 differenzierbar und ist $v(x_0) \neq 0$, dann ist auch die Funktion q mit $q(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ an der Stelle x_0 differenzierbar, und es gilt: $q'(x_0) = \frac{u'(x_0) \cdot v(x_0) - u(x_0) \cdot v'(x_0)}{(v(x_0))^2}$

Aussage gilt allgemein für jede Stelle x_0 : $q'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$ oder kurz: $q' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Potenzregel für ganzzahlige Exponenten:

Die Funktion $f(x) = x^z$ ($z \in \mathbb{Z}$) ist differenzierbar, und es gilt: $f'(x) = z \cdot x^{z-1}$

Kettenregel:

Es sei die Funktion v an der Stelle x_0 , die Funktion u an der Stelle $v(x_0)$ differenzierbar. ($W_u \subseteq D_v$)

Dann ist auch die Funktion $f(x) = u \circ v(x) = u(v(x))$ an der Stelle x_0 differenzierbar und es gilt:

$$f'(x_0) = u'(v(x_0)) \cdot v'(x_0).$$

Die Ableitung einer verketteten Funktion ist gleich dem Produkt der Ableitungen von äußerer und innerer Funktion. $(v(u(x)))' = v'(u(x)) \cdot u'(x)$

Umkehrregel:

Es sei f eine im Definitionsintervall $]a; b[$ umkehrbare und differenzierbare Funktion mit $f'(x_0) \neq 0$ ($x_0 \in]a; b[$). Dann ist die zu f inverse Funktion f^{-1} an der Stelle $y_0 = f(x_0)$ differenzierbar, und es gilt:

$$(f^{-1}(y_0))' = \frac{1}{f'(x_0)}$$