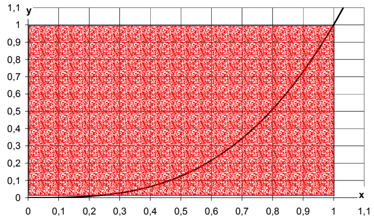
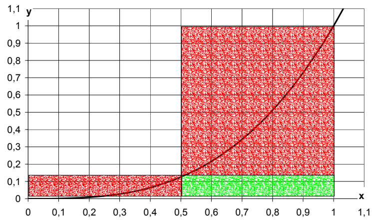
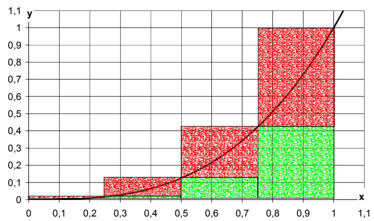
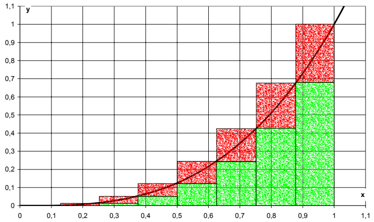
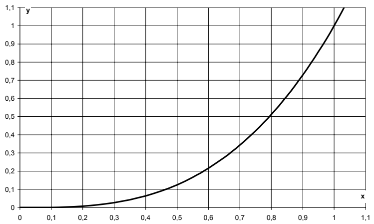
Berechnung der Fläche unter dem Graphen von f(x) = x³ im Intervall [0; 1]

Graph	n	A	L	Teilintervalle: Funktionswerte		Untersumme	Obersumme
	0	1	1	f(0) = 0	f(1) = 1	$s_0 = 1\cdot 0$ $= 0$	$S_0 = 1\cdot 1$ $= 1$
	1	2	$\frac{1}{2}$	f(0) = 0	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$	$s_1 = \frac{1}{2}\cdot 0 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{16} \approx 0{,}063$ $s_1 = \frac{1}{2}\cdot\left[0 + \frac{1}{8}\right] = \frac{1}{2}\cdot\left[0 + \frac{1}{2^3}\right]$ $s_1 = \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{2}\left(\frac{i-1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^1}\cdot\sum_{i=1}^{2^1}\left(\frac{i-1}{2^1}\right)^3$	$S_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{9}{16} \approx 0{,}563$ $S_1 = \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{8} + 1\right] = \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{2^3} + \frac{2^3}{2^3}\right]$ $S_1 = \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{2}\left(\frac{i}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^1}\cdot\sum_{i=1}^{2^1}\left(\frac{i}{2^1}\right)^3$
				$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$	f(1) = 1		
	2						

Bezeichnungen: n…Nummer der Teilung; A…Anzahl der Teilintervalle; L…Länge der Teilintervalle

Berechnung der Fläche unter dem Graphen von f(x) = x³ im Intervall [0; 1]

<table>
<tr><td rowspan="8"></td><td rowspan="8">3</td><td rowspan="8"></td><td rowspan="8"></td><td></td><td></td><td rowspan="8"></td><td rowspan="8"></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>...</td><td>…</td></tr>
<tr><td></td><td>n</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Der Flächeninhalt liegt zwischen ____________ und __________. Mit wachsendem n nähern sich die Untersummen und Obersummen immer mehr dem gesuchten Flächeninhalt an. Der Flächeninhalt ist der gemeinsame Grenzwert der beiden Zahlenfolgen für die Untersumme und Obersumme.

Setzen $k = 2^n$. Summe der ersten m Kubikzahlen: $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + m^3 = \frac{1}{4} \cdot m^2 \cdot (m+1)^2$

Der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion f(x) = x³ im Intervall [0; 1] beträgt

Bezeichnungen: n…Nummer der Teilung; A…Anzahl der Teilintervalle; L…Länge der Teilintervalle