	mit Wiederholung	**ohne Wiederholung**
geordnete Stichprobe	**Variation mit Wiederholung** $V_W(n,k) = n^k$ • Wähle aus hinreichend vielen Objekten n verschiedener Arten k aus und ordne sie auf k Positionen an! • Es gibt n^k Wörter der Länge k aus einem Alphabet mit n Buchstaben. • Eine Urne enthält 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe 3 mal eine Kugel mit Zurücklegen. $V_W(6;3) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$	**Variation ohne Wiederholung** $V(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ • Wähle aus n verschiedenen Objekten k aus und ordne sie auf k Positionen an! • Eine Urne enthält 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe 3 mal eine Kugel ohne Zurücklegen. V(6; 3)...Anzahl der Möglichkeiten 3 Kugeln nacheinander aus einer Urne mit 6 Kugeln ohne Zurücklegen zu ziehen $V(6;3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ • allgemein: $V(n,k) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$ $= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$
	Permutation mit Wiederholung $P_W(n;\alpha_1,\ldots,\alpha_k) = \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \ldots \cdot \alpha_k!}$ • Ordne n Objekte auf n Positionen an, aber: n Objekte k-verschiedener Arten. α_1 = Anzahl der Objekte 1. Art $\vdots$ α_k = Anzahl der Objekte k. Art • Eine Urne enthält 6 Kugeln, von denen 2 gelb und 4 blau sind. Man ziehe ohne Zurücklegen jeweils eine Kugel, bis die Urne leer ist. $P_W(6;2;4)$...Anzahl der Möglichkeiten $P_W(6;2;4) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{P(6)}{P(2) \cdot P(4)} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$ • allgemein: $P_W(n;\alpha_1,\ldots\alpha_k) = \frac{\text{Anzahl der Möglichkeiten 6 Kugeln anzuordnen}}{\text{Anzahl der Anordnungen in den Gruppen}}$	**Permutation ohne Wiederholung** $P(n) = n!$ • Ordne n Objekte auf n Positionen an! • Variation ohne Wiederholung V(n;n) • Eine Urne enthält 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe ohne Zurücklegen jeweils eine Kugel, bis die Urne leer ist. P(6)...Anzahl der Anordnungen $P(6) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6! = 720$ • allgemein: $P(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = n!$
ungeordnete Stichprobe	**Kombination mit Wiederholung** $C_W(n,k) = \binom{n+k-1}{k}$ • Wähle aus hinreichend vielen Objekten n verschiedener Arten k aus. • Eine Urne enthält viele blaue und gelbe Kugeln. Man ziehe 3 mal ohne Zurücklegen eine Kugel. $C_W(2,3) = \binom{2+3-1}{3} = \binom{4}{3} = 4$	**Kombination ohne Wiederholung** $C(n,k) = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \binom{n}{k}$ • Wähle aus n verschiedenen Objekten k aus. • Ziehen von k Kugeln mit einem Griff aus Urne mit n Kugeln. • Alle geordneten Stichproben, die sich nur in Reihenfolge unterscheiden, ergeben dieselbe ungeordnete Stichprobe. • Eine Urne enthält 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe mit einem Griff 3 Kugeln. $C(6;3) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{\text{Anzahl der geordneten Stichproben}}{\text{Anzahl der Reihenfolgen der 3 gezogenen Kugeln}} = \frac{120}{6} = 20$ • allgemein: $C(n;k) = \frac{V(n,k)}{P(k)} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \binom{n}{k}$