Geradengleichungen

Punkt-Richtungs-Form $y - y_1 = m(x - x_1)$

Zwei-Punkte-Form $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

Achsenabschnittsgleichung $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Allgemeine Geradengleichung: $Ax + By + C = 0$

Punkt-Richtungs-Form einer Geradengleichung

geg.: $P_1(x_1; y_1)$; m ges.: Geradengleichung

P_1 liegt auf Geraden g mit y = mx + n ⇔ Koordinaten des Punktes erfüllen Gleichung

$\Rightarrow\ y_1 = mx_1 + n \Rightarrow n = y_1 - mx_1$ Einsetzen von n in y = mx + n $\Rightarrow\ y = mx + (y_1 - mx_1)$

$\Rightarrow\ y - y_1 = m(x - x_1)$ (Gleichung, die nur durch Koordinaten von P_1 und m bestimmt ist.)

Satz: Die <u>Punktrichtungsgleichung</u> der Geraden, die durch den Punkt $P_1(x_1; y_1)$ verläuft und den Anstieg m besitzt ist $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Zwei-Punkte-Form der Geradengleichung

geg.: $P_1(x_1; y_1)$; $P_2(x_2; y_2)$ mit $x_1 \neq x_2$ (nicht parallel zur Ordinatenachse) ges.: Geradengleichung

Anstieg: $m = \tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Einsetzen in die Punktrichtungsform $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\Rightarrow\quad y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Satz: Die <u>Zweipunktegleichung</u> der Geraden, die durch die Punkte $P_1(x_1; y_1)$ und $P_2(x_2; y_2)$ mit $x_1 \neq x_2$ verläuft ist $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$.

Achsenabschnittsgleichung

geg.: $y = mx + n$ ges.: Achsenabschnittsgleichung

$y = mx + n \quad \Rightarrow \quad y - mx = n \quad \Rightarrow -\frac{m}{n}x + \frac{1}{n}y = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ mit $a = -\frac{n}{m}$ und $b = n$

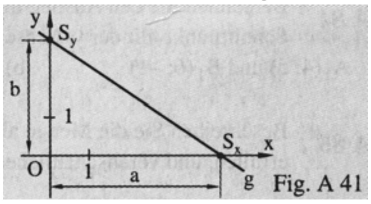

Fig. A 41

Allgemeine Geradengleichung

geg.: $y = mx + n$ ges.: Allgemeine Geradengleichung

$y = mx + n \quad \Rightarrow y - mx = n \quad \Rightarrow -\frac{m}{n}x + \frac{1}{n}y = 1 \quad \Rightarrow -\frac{m}{n}x + \frac{1}{n}y - 1 = 0$

$\Rightarrow Ax + By + C = 0$ mit $A = -\frac{m}{n}$ und $B = \frac{1}{n}$ und $C = -1$

Beispiele

Punkt-Richtungs-Form einer Geradengleichung

geg.: $P_1(3;\,2)$; m = 4 ges.: Geradengleichung

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \Rightarrow \quad y - 2 = 4(x - 3) \quad \Rightarrow \quad y - 2 = 4x - 12 \quad \Rightarrow \quad y = 4x - 10$$

Probe: $y = 4x - 10 \Rightarrow m = 4$ $P_1(3;\,2) \in g$? $y = 4x - 10$

$2 = 4 \cdot 3 - 10$

$2 = 12 - 10$

$2 = 2$

Zwei-Punkte-Form der Geradengleichung

geg.: $P_1(2;\,3)$; $P_2(4;\,5)$ ges.: Geradengleichung

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad \Rightarrow y - 3 = \frac{5 - 3}{4 - 2}(x - 2) \quad \Rightarrow \quad y - 3 = 1(x - 2) \quad \Rightarrow \quad y = x + 1$$

Probe: $P_1(2;\,3) \in g$? $y = x + 1$ $P_2(4;\,5) \in g$? $y = x + 1$

$3 = 2 + 1$ $5 = 4 + 1$

$3 = 3$ $5 = 5$

Achsenabschnittsgleichung

geg.: $y = 3x + 2$ ges.: Achsenabschnittsgleichung

$$y = 3x + 2 \quad \Rightarrow \quad 3x - y = -2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{-\frac{2}{3}} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \quad a = -\frac{2}{3} \text{ und } b = 2$$

Allgemeine Geradengleichung

geg.: $y = 3x + 2$ ges.: Allgemeine Geradengleichung

$y = 3x + 2 \quad \Rightarrow \quad 3x - y + 2 = 0 \quad \Rightarrow$ A = 3 und B = –1 und C = 2

Oder: $y = 3x + 2 \Rightarrow 3x - y + 2 = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y + 1 = 0 \Rightarrow$ A = $\frac{3}{2}$ und B = $-\frac{1}{2}$ und C = 1

Oder: $y = 3x + 2 \Rightarrow 3x - y + 2 = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y - 1 = 0 \Rightarrow$ A = $-\frac{3}{2}$ und B = $\frac{1}{2}$ und C = –1

Oder: $y = 3x + 2 \Rightarrow 3x - y + 2 = 0 \Rightarrow 12x - 4y + 8 = 0 \Rightarrow$ A = 12 und B = –4 und C = 8

Oder…