Stundenthema: Unzulänglichkeit der rationalen Zahlen

Verlaufsplanung

Zeit	Inhalt	Methoden
09:40	• Wie kann man ein Quadrat verdoppeln? • Wie lang ist die Seite des neuen Quadrats?	UG, EA
09:50	• systematisches Suchen einer rationalen Zahl a, so dass gilt: $a^2 = 2$	UG
10:00	• Beweis: $\sqrt{2}$ ist irrational	LV, UG
10:10	• Die Dezimalstellen von $\sqrt{2}$ (Gedicht von Aigner)	EA
10:20	• Zahlengerade der rationalen Zahlen hat Lücken.	LV, UG
10:23	• Geschichtliches	LV
10:25		

HA: 1. Beweise, dass $\sqrt{8}$ irrational ist.

2. Warum funktioniert der Beweis für $\sqrt{4}$ nicht?

Abbruchmöglichkeiten und Alternativen:

- Gedicht von Aigner als HA
- Zahlengerade wird in die nächste Stunde verlagert

- Konstruktion eines Quadrates mit 3-fachen, 4-fachen, 5-fachen, ... Flächeninhalt
  $\Rightarrow$ Konstruktion der Streckenlängen $\sqrt{n}$

Ziele der Stunde:

1. Die Schülerinnen und Schüler können zu einem vorgegebenen Quadrat ein Quadrat mit doppeltem Flächeninhalt konstruieren.
2. Die Schülerinnen und Schüler wissen,
   - dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist,
   - dass keine rationale Zahl existiert, deren Quadrat gleich 2 ist,
   - dass $\sqrt{2}$ nicht als endlicher Dezimalbruch geschrieben werden kann,
   - dass sich die Länge der Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge 1 nicht mit einer rationalen Zahl angeben lässt.
3. Die Schülerinnen und Schüler erkennen die Äquivalenz der vier unter 2. aufgeführten Punkte.
4. Die Schülerinnen und Schüler kennen das Vorgehen bei einem indirekten Beweis.
5. Die Schülerinnen und Schüler können die Beweisschritte des Beweises „$\sqrt{2}$ ist irrational“ begründen.
6. Die Schönheit und der revolutionäre Charakter der Mathematik, die Faszination der Mathematiker für zahlentheoretische Betrachtungen werden den Schülerinnen und Schülern durch historische Ausblicke und durch das Gedicht nahegebracht.

7. Die Schülerinnen und Schüler wissen, dass die Zahlengerade der rationalen Zahlen Lücken aufweist.
8. Die Schülerinnen und Schüler können eine Strecke der Länge $\sqrt{2}$ konstruieren.