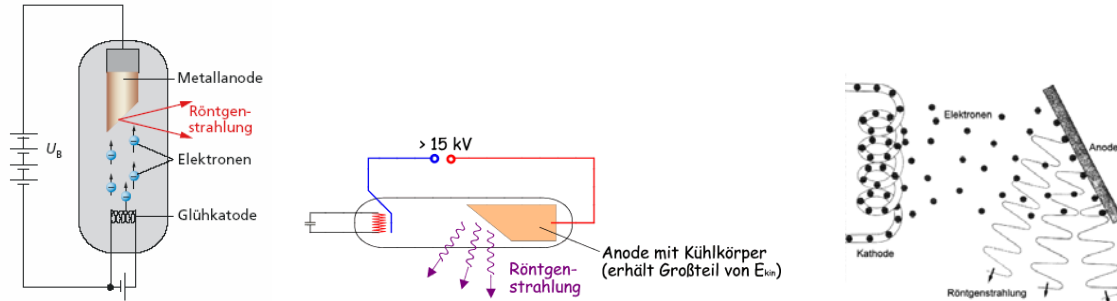


# Röntgenstrahlung (X-ray)

- Entdeckung der Strahlung 1895 von WILHELM CONRAD RÖNTGEN (1845–1923) (1901 dafür den ersten Nobelpreis für Physik)

## Entstehung

- Lässt man Elektronen in einer **Röntgenröhre** mit großer kinetischer Energie (mehrere keV) auf eine Metalloberfläche, die Anode, auftreffen, so werden sie abrupt abgebremst. Es entsteht kurzwellige elektromagnetische Strahlung, die Röntgenstrahlung.



## Eigenschaften der Röntgenstrahlung

- Unsichtbar
- Fluoreszierende Wirkung auf bestimmte Stoffe (wie UV-Licht)
- Geradlinige Ausbreitung
- Durchdringung von Materie je nach Dichte (dünnere und leichtere Stoffe lassen die Strahlen besser durch; von vielen Metallen wird die Strahlung absorbiert)
- Schwärzung lichtempfindlicher Materialien
- Keine Ablenkung durch elektromagnetische Felder
- Ionisation von Gasen ( $\Rightarrow$  Nachweis mit Geiger-Müller-Zählrohr)

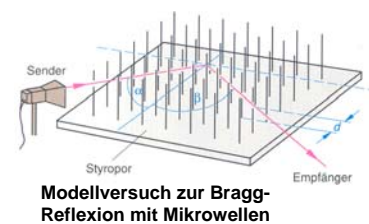
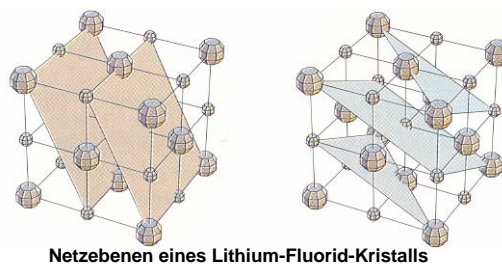
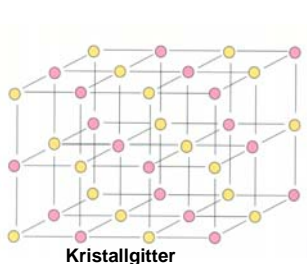
## Anwendungsgebiete

- Röntgendiagnostik
- Röntgentherapie (Zerstörung von Tumorzellen)
- Werkstoffprüfung (Schweißnähte)
- Röntgenstrukturanalyse (Untersuchung der kristallinen Struktur von Stoffen)

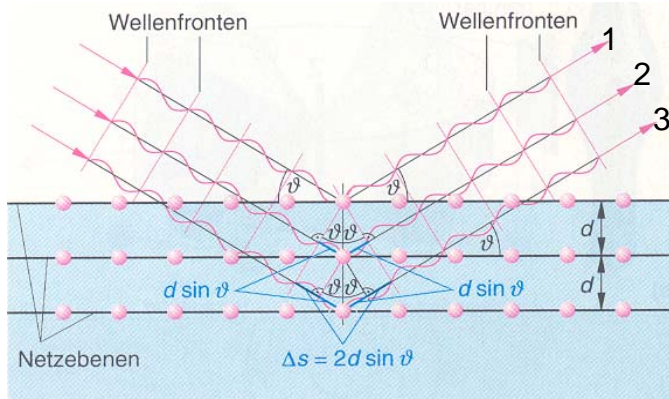


## Nachweis der Welleneigenschaften der Röntgenstrahlung

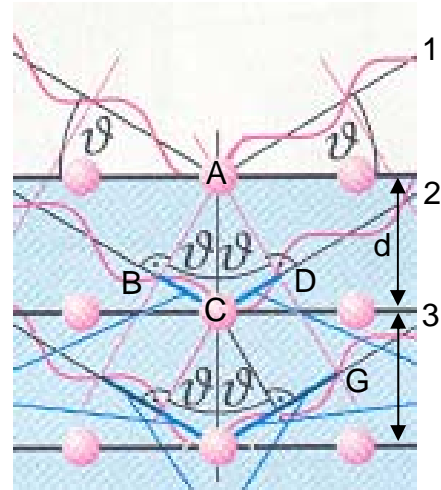
- Elektromagnetische Strahlung/Welle  $\Rightarrow$  Interferenz am Gitter sollte nachweisbar sein
- Interferenzversuche an optischen Gittern versagten
  - Grund: Wellenlänge der Röntgenstrahlung zu kurz ( $\lambda \approx 150 \text{ pm}$ )
  - Spaltabstände müssen im Größenordnungsbereich der Wellenlänge liegen
  - Optische Gitter mit höchster Spaltanzahl pro Fläche war das ROWLAND-Reflexionsgitter ( $g \approx 17 \mu\text{m}$ )  $\Rightarrow$  Die Spalte liegen viel zu weit auseinander.
- 1912 Max von Laue: Nachweis von Beugung der Röntgenstrahlen an Kristallen (In Kristallen sind die Ionen in regelmäßigen Abständen  $d$  von mehreren  $100 \text{ pm}$  angeordnet.)



## Interferenz von Röntgenstrahlung: BRAGG-Gleichung



Reflexion von Röntgenstrahlen auf einem Paket von Netzebenen (Gezeichnet ist der Fall, dass der Gangunterschied zwischen benachbarten Wellenfronten eine Wellenlänge ist.)



- Die regelmäßige Anordnung der Gitteratome eines Kristalls bietet verschiedene Netzebenen, an denen Reflexion stattfinden kann.
- Die in einer einzelnen Ebene liegenden Atome bilden Streuzentren. An ihnen wird die einfallende Röntgenstrahlung gestreut, sie bilden Wellenzentren nach Huygens.
- Liegen mehrere Ebenen im Abstand  $d$  untereinander, dann interferieren alle reflektierten Wellen miteinander.
- Eine Verstärkung (konstruktive Interferenz) tritt nur dann auf, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind:
  - Der Winkel  $\vartheta$ , in dem die Röntgenstrahlung nachgewiesen wird, muss so groß sein wie der Winkel  $\vartheta$ , mit dem die Röntgenstrahlung auf den Kristall auftrifft.
  - Der Gangunterschied von benachbarten Wellenzügen muss ein ganzzahliges Vielfaches von  $\lambda$  sein.

Dreieck $\triangle ABC$ :	$\sin \vartheta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{d} \Rightarrow \overline{BC} = d \cdot \sin \vartheta$
Dreieck $\triangle ACD$ :	$\sin \vartheta = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CD}}{d} \Rightarrow \overline{CD} = d \cdot \sin \vartheta$
Gangunterschied zwischen 1 und 2:	$\Delta s = \overline{BC} + \overline{CD} = d \cdot \sin \vartheta + d \cdot \sin \vartheta = 2d \cdot \sin \vartheta$
Gangunterschied zwischen 2 und 3:	$\Delta s = 2d \cdot \sin \vartheta$
Verstärkung (konstruktive Interferenz)	$\Delta s = n \cdot \lambda$ für alle benachbarten Wellenzüge
	$\Rightarrow n\lambda = 2d \cdot \sin \vartheta$

Maxima bei Interferenz von Röntgenstrahlung an Kristallgittern sind unter folgender Bedingung zu registrieren:

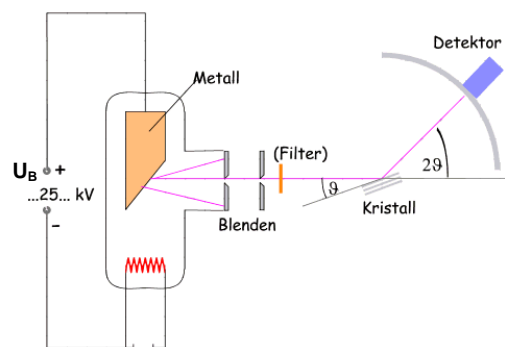
$$n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin \vartheta$$

**BRAGG-Gleichung**

( $\lambda$ ... Wellenlänge;  $\vartheta$ ... Glanzwinkel;  $d$ ... Netzebenenabstand (Abstand der Gitterebenen);  $n = 1, 2, 3, \dots$ )

## Drehkristallmethode – Spektrum der Röntgenstrahlung

- Versuchsaufbau**



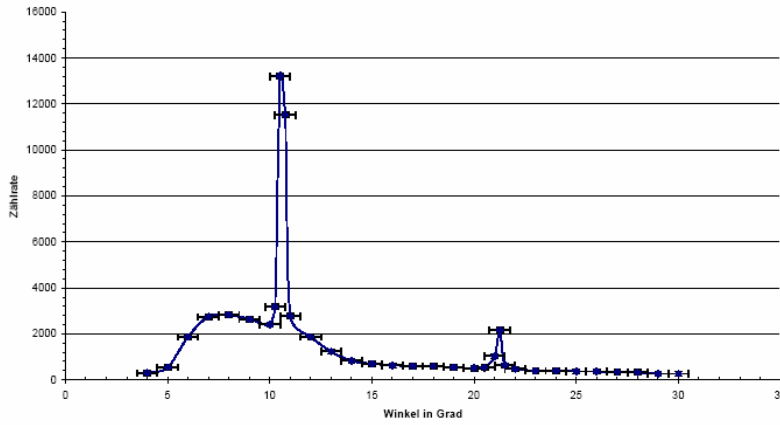
- Versuchsbeschreibung**

- In einer Röntgenröhre werden Elektronen durch die einstellbare Beschleunigungsspannung  $U_B$  beschleunigt und auf die Anode geschossen.
- Die entstehende Strahlung wird gebündelt auf einen LiF-Kristall gelenkt, mit einem Zählrohr wird unter Ausnutzung der ionisierenden Wirkung der Röntgenstrahlung die Impulsrate (Intensität) der Strahlung bestimmt.
- Kristall und Zählrohr werden gemeinsam gedreht. Der Kristall reflektiert die Röntgenstrahlung unter einem Winkel von  $\vartheta$ , das Zählrohr registriert sie unter einem Winkel von  $2\vartheta$ .

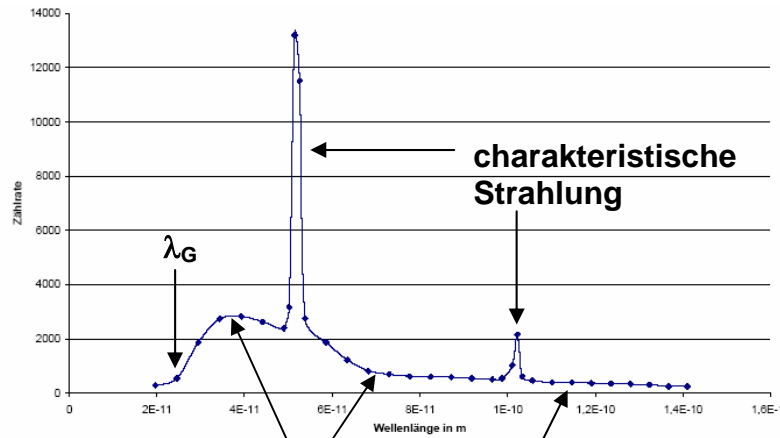
## Röntgenstrahlung

- **Versuchsergebnisse**

- **I: Röntgenspektrum in Abhängigkeit vom Winkel bei fester Beschleunigungsspannung**



$$\lambda = 2d \cdot \sin \vartheta$$



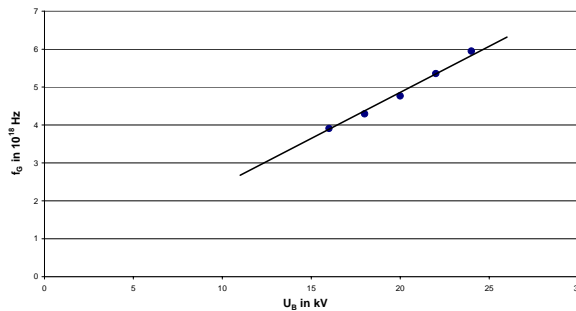
### Röntgenbremsstrahlung

Das Spektrum besteht aus einer Reihe scharfer Linien, dem charakteristischen Spektrum, das einem kontinuierlichen Spektrum (Bremsspektrum) überlagert ist.

- **II: Grenzwinkel bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen**

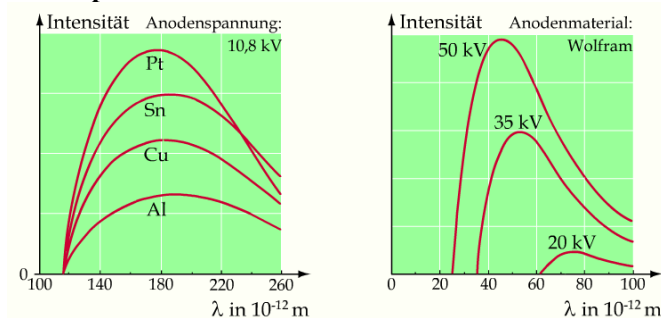
$U_B$ in kV	$\vartheta_{\text{Min}}$ in °	$\lambda_G$ in pm	$f_G$ in $10^{18}$ Hz	$h$ in $10^{-34}$ Js
16	11,0	76,7	3,9	6,56
18	10,0	69,8	4,3	6,72
20	9,0	62,9	4,8	6,72
22	8,0	55,9	5,4	6,58
24	7,2	50,4	6,0	6,46
<b>Mittelwert:</b>				<b>6,61</b>

Grenzfrequenz in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung



- **III: Bremsspektrum für verschiedene Materialien bei konstanter Beschleunigungsspannung**

- **IV: Bremsspektrum für ein Material bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen**



• **Erklärung**

○ **Wellenmodell ↔ Teilchenmodell**

- Die Entstehung der Röntgenstrahlung kann mit der Wellentheorie erklärt werden: Die Elektronen werden an einem Hindernis abgebremst. Eine Beschleunigung oder eine Verzögerung geladener Teilchen führt zur Aussendung von elektromagnetischen Wellen.
- Die Wellentheorie versagt bei Erklärung des kontinuierlichen Röntgenbremsspektrums:
  - Jeder Kurve fängt bei einer bestimmten Grenzwellenlänge an. Weshalb wird das Spektrum im Bereich kleiner Wellenlängen plötzlich abgeschnitten?
  - Warum ist die Grenzwellenlänge bei einer festen Beschleunigungsspannung unabhängig vom Anodenmaterial?
  - Wieso sinkt die Grenzwellenlänge bei steigender Spannung? (Warum steigt die Frequenz bei steigender Spannung?)

○ **Maximale Grenzfrequenz**

- Die Elektronen werden durch die Spannung  $U_B$  beschleunigt und treffen mit der Energie  $E_{kin} = e \cdot U_B$  auf die Anode. Die Energie der Röntgenstrahlung ist umso größer, je größer die Beschleunigungsspannung  $U_B$  ist:  $E_{kin, Elektron} \rightarrow E_{thermisch} + E_{Photon}$
- ⇒ Maximal mögliche Energie der Photonen:  $E_{Photon, Max} = hf_{max} = eU_B$
- ⇒ Es gibt eine maximale Grenzfrequenz  $f_G = f_{max}$

Für die maximale Energie der Photonen einer Röntgenröhre gilt:  $E_{Photon, Max} = eU_B = hf_G = h \frac{c}{\lambda_G}$

○ **Deutung als umgekehrter Fotoeffekt**

- Die bei einem Abbremsvorgang frei werdende Energie erwärmt zum Teil die Anode, und wird zum Teil von Photonen davongetragen. Im Extremfall wird die gesamte kinetische Energie des Elektrons auf ein einziges Photon übertragen. Das Material spielt dabei keine Rolle.

$$E_{Photon, Max} = hf_{max} = eU_B \Rightarrow f_G = \frac{1}{h} eU_B \Rightarrow \lambda_G = \frac{c}{f_G} = h \frac{c}{eU_B}$$

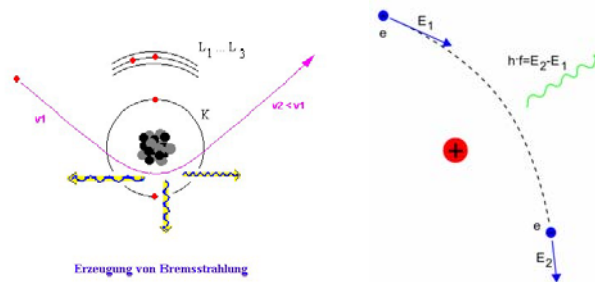
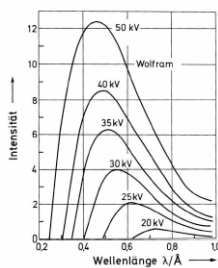
$$\Rightarrow f_G \sim U_B$$

$$\Rightarrow \lambda_G \sim \frac{1}{U_B} \Rightarrow \text{Photonenmodell liefert Erklärung}$$

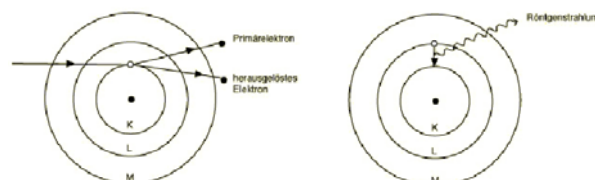
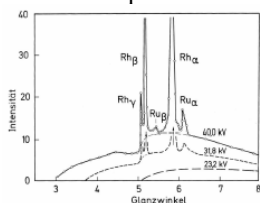
Die **Photonenhypothese** erklärt das Zustandekommen einer **kurzwelligen Grenze** im Röntgenspektrum, die nur von der Spannung zwischen den Elektroden, nicht aber vom Anodenmaterial abhängt.

• **Charakteristisches Spektrum und Bremsspektrum**

- Das **Bremsspektrum** wird durch das starke Abbremsen von Elektronen (hervorgerufen durch die Coulombkräfte zwischen Elektron und Atomkern) durch im Anodenmaterial erzeugt.



- Das **charakteristische Spektrum** ist vom Material abhängig. Es kommt durch Übergänge innerer Elektronen im Atom zustande. (Schnelle Elektronen können ein Elektron aus tief liegenden Schalen (siehe BOHR'sches Atommodell) heraus schlagen. Elektronen aus äußeren Schalen füllen das entstandene Loch. Dabei wird Energie in Form eines Lichtquants emittiert.)



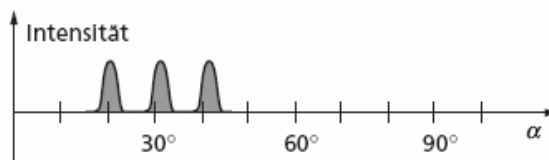
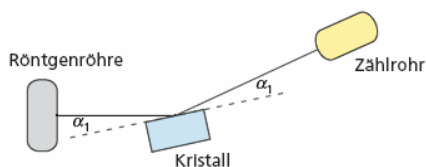
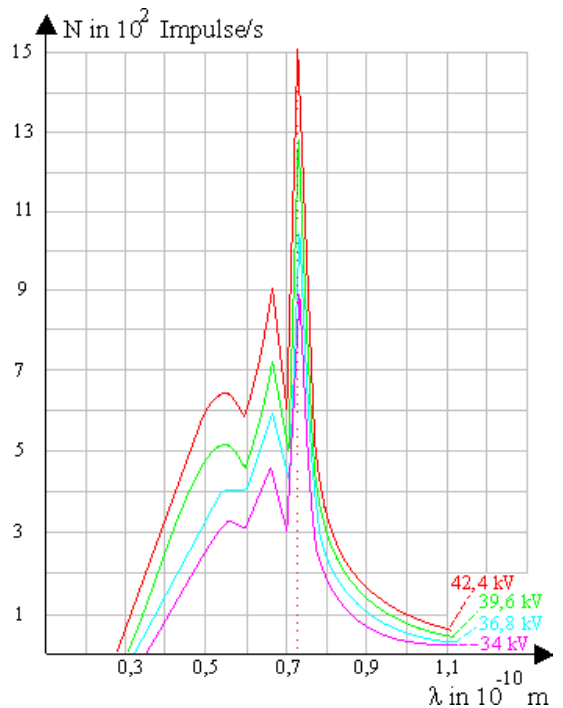
## Aufgaben: Röntgenstrahlung

- 1) Das Spektrum von "weißem Röntgenlicht" einer Röhre wird mit einer braggischen Drehkristall-Anordnung aufgenommen. Als Maß für die relative Intensität der Strahlung dient die Impulsrate, die mit einem Zählrohr samt Digitalzähler festgestellt wird. Durch Drehen des Einkristalls (LiF mit Netzebenenabstand  $d = 201 \text{ pm}$ ) werden verschiedene Glanzwinkel eingestellt, so dass jeweils für verschiedene Wellenlängen die Bragg-Beziehung erfüllt ist (dabei wird nur die erste Ordnung registriert). Bei einer Röhrenspannung von 42,4 kV ergaben sich die folgenden Messwerte:

$\theta \text{ in } ^\circ$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
$N \text{ in s}^{-1}$	222	341	472	471	585	638	640	595	681	908	612

$\theta \text{ in } ^\circ$	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
$N \text{ in s}^{-1}$	1500	546	305	241	192	163	125	100	91	69

- Führen sie in der Tabelle eine dritte Zeile ein und berechnen sie die zugehörigen Wellenlängen.
  - Skizzieren Sie das zugehörige  $\lambda$ -N-Diagramm.
  - Bestimmen Sie aus dem Diagramm die Lage der charakteristischen Linien und die kurzwellige Grenze des Röntgenbremspektrums.
- 2) Ermitteln sie aus der Kurvenschar die kurzwelligen Grenzen der Röntgenbremspektra. Berechnen sie daraus jeweils einen Näherungswert für das plancksche Wirkungsquantum. Bilden anschließend den Mittelwert.
- 3) Eine Röntgenröhre wird mit der Spannung  $U = 60 \text{ kV}$  betrieben. Welche maximale Energie besitzen die Quanten der erzeugten Bremsstrahlung? Bei welcher minimalen Wellenlänge bricht das Spektrum der Strahlung ab? Welcher Frequenz entspricht das?
- 4) Wie groß ist die maximale Energie  $E_{\text{max}}$  der Röntgenstrahlen, die erzeugt wird, wenn Elektronen mit der kinetischen Energie  $E = 100 \text{ keV}$  auf ein Target treffen? Wie groß ist ihre Wellenlänge und Frequenz?
- 5) An einer Röntgenröhre liegt die Spannung 12 kV.
- Bestimmen Sie die kurzwellige Grenze des Röntgenspektrums dieser Röhre.
  - Mit welcher Geschwindigkeit prallen die Elektronen auf die Anode?
- 6) Monochromatische Röntgenstrahlung mit einer Wellenlänge von  $150 \text{ pm}$  trifft auf einen NaCl-Kristall mit dem Netzebenenabstand  $d = 2,78 \text{ \AA}$  ( $10 \text{ \AA} = 10 \text{ Angström} = 1 \text{ nm}$ ).
- Bestimme unter welchen Glanzwinkeln konstruktive Interferenz beobachtet werden kann.
  - Bei Verwendung eines Lithiumfluorid-Kristalls erhält man für  $\lambda = 150 \text{ pm}$  unter  $48,3^\circ$  ein Maximum 2. Ordnung. Bestimme den Netzebenenabstand  $d$ .
- 7) Ein Kristall wird mithilfe des Drehkristallverfahrens untersucht. Dazu streut man Röntgenstrahlung der Wellenlänge  $80 \text{ pm}$  am Kristall und variiert den Streuwinkel  $\alpha$  zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$ . Wenn man die Intensität der gestreuten Strahlung über dem Streuwinkel  $\alpha$  aufträgt, so erhält man das untenstehende Diagramm. Schätzen Sie mithilfe des Diagramms die Netzebenenabstände ab, die zu den gezeichneten Maxima gehören.



## Röntgenstrahlung

### Quellen:

Grehn, Krause: „Metzler Physik“. Schroedel, 2000.

Autorenkollektiv: „Impulse Physik. Oberstufe“. Klett, 2007.

Meyer, Schmidt: „Physik. Gymnasiale Oberstufe“. Paetec, 2006.

Kuhn: „Physik 2“. Westermann, 2000.

URL: [http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web\\_ph12/versuche/10x\\_spektrum/x\\_spektrum.htm](http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph12/versuche/10x_spektrum/x_spektrum.htm) [07.01.2007]

URL: [http://physik.bildung-rp.de/fileadmin/user\\_upload/physik.bildung-rp.de/Computereinsatz/Physlets/Bragg-Reflexion.pdf](http://physik.bildung-rp.de/fileadmin/user_upload/physik.bildung-rp.de/Computereinsatz/Physlets/Bragg-Reflexion.pdf) [07.01.2007]

URL: <http://www-ik.fzk.de/lava/phos/phosqprb.html> [07.01.2007].

### Links zum Thema:

<http://www.desy.de/pr-info/Roentgen-light/roentgenstrahlung/roentgenstrahlung1.html>

<http://www.pctheory.uni-ulm.de/didactics/quantenchemie/html/RontgenF.html> <http://www.cip.physik.uni-muenchen.de/~Jana.Traupel/Materie/QuantenmechanikOnline/Quantenmechanik.htm>