

Fermatsche und Mersennesche Zahlen

Hausaufgabe:

- Testen Sie die ersten 11 Fermatschen Zahlen und die ersten 21 Mersenneschen Zahlen auf die Primzahleigenschaft.
- Was fällt Ihnen bei den Mersenneschen Primzahlen auf?

Befehle: `isprime(n)` `TRUE` \Leftrightarrow Primzahl; `FALSE` \Leftrightarrow keine Primzahl
 `evtl.: Folgen` `beachte: (2^(2^n)+1)`

Zusatz: Finden Sie die Primfaktoren der zusammengesetzten Zahlen. *Befehl:* `ifactor(n);`

n	$F_n = 2^{2^n} + 1$	Primzahl?	$M_n = 2^n - 1$	Primzahl?
0	3	TRUE	-1	FALSE
1	5	TRUE	1	FALSE
2	17		3	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

Fermatsche und Mersennesche Zahlen

n	$F_n = 2^{2^n} + 1$	Primzahl?	$M_n = 2^n - 1$	Primzahl?
0	3	TRUE	-1	FALSE
1	5	TRUE	1	FALSE
2	17	TRUE	3	TRUE
3	257	TRUE	7	TRUE
4	65537	TRUE	15	FALSE
5	4294967297	FALSE	31	TRUE
6	18446744073709551617	FALSE	63	FALSE
7	340282366920938463463374607431768211457	FALSE	127	TRUE
8	115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639937	FALSE	255	FALSE
9	13407807929942597099574024998205846127479365820592393377723561443721764030073546976801874298166903427690031858186486050853753882811946569946433649006084097	FALSE	511	FALSE
10	179769313486231590772930519078902473361797697894230657273430081157732675805500963132708477322407536021120113879871393357658789768814416622492847430639474124377767893424865485276302219601246094119453082952085005768838150682342462881473913110540827237163350510684586298239947245938479716304835356329624224137217	FALSE	1023	FALSE
11			2047	FALSE
12			4095	FALSE
13			8191	TRUE
14			16383	FALSE
15			32767	FALSE
16			65535	FALSE
17			131071	TRUE
18			262143	FALSE
19			524287	TRUE
20			1048575	FALSE

- `Fermat:=n->(2^(2^n)+1); Fermat(n) $ n=0..10;`
3, 5, 17, 257, 65537, 4294967297, 18446744073709551617,
340282366920938463463374607431768211457,
115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639937,
134078079299425970995740249982058461274793658205923933777235614437217640300735469768018742981
66903427690\031858186486050853753882811946569946433649006084097,
179769313486231590772930519078902473361797697894230657273430081157732675805500963132708477322
40753602112\011387987139335765878976881441662249284743063947412437776789342486548527630221960
12460941194530829520850\057688381506823424628814739131105408272371633505106845862982399472459
38479716304835356329624224137217
- `isprime(Fermat(n)) $ n=0..10;`
TRUE, TRUE, TRUE, TRUE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE
- `Mersenne:=n->(2^n-1); Mersenne(n) $ n=0..30;`
-1, 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 1023, 2047, 4095, 8191, 16383, 32767, 65535, 131071,
262143, 524287, 1048575, 2097151, 4194303, 8388607, 16777215, 33554431, 67108863, 134217727,
268435455, 536870911, 1073741823
- `isprime(Mersenne(n)) $ n=0..30;`
FALSE, FALSE, TRUE, TRUE, FALSE, TRUE, FALSE, TRUE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE,
FALSE, TRUE, FALSE, FALSE, FALSE, TRUE, FALSE, TRUE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE,
FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE, FALSE