# Funktionen und Manipulation von Ausdrücken

MuPAD unterscheidet zwischen „normalen" algebraischen Ausdrücken (Funktionen von Argumenten) und Funktionen (Abbildungen: Argumente → Wert). Es ist in manchen Fällen sinnvoller, Funktionen zu definieren.

## Definition von Funktionen

- **Funktion := x –> (x^2);** definiert Funktion(x) = $x^2$ **(-> ... „Minus" und „größer als")**
- **Ausdruck := x^2;** Hier wird keine Funktion definiert.

Es bestehen einige Unterschiede zwischen den beiden Definitionen. Der für uns zur Zeit wichtigste Vorteil der Funktionsdefinition gegenüber der Benutzung von Ausdrücken ist die Berechnung von Funktionswerten:

- **Funktion(8); Ausdruck(8);** Funktionswert von 8; Ausdruck(8) kann dies nicht.
- **f := x –> (cos(x)); g := x –> (x^3);** definiert die Funktionen f(x) = cos(x) und g(x)=$x^3$

Wir können nun Funktionen verketten, d.h. ineinander verschachteln:

- **h := f @ g; h(x); h(5); float(h(5));** h(x) = f(g(x)) = cos($x^3$) **(@ ... AltGr und Q drücken)**

zeigt cos($x^3$) an, berechnet den Funktionswert h(5) exakt und numerisch.
Die Reihenfolge der Verkettung sollte beachtet werden!

- **h2 := g @ f; h2(x); h2(5); float(h2(5));** h2(x) = g(f(x)) = $(\cos(x))^3 = \cos^3(x)$.

Der Prozess der Verkettung kann beliebig oft fortgesetzt werden.

- **h3 := g@@3; h3(x); h3(5);** h3(x) = g(g(g(x)))= $x^{27}$

Man kann Funktionen definieren, die von beliebig vielen Variablen abhängen:

- **f := (x, y) –> (x^2 + y^2);**

Zu beachten ist hier, dass die oben definierte Funktion f(x) = cos(x) nun überschrieben wurde. Mit f(5); kann nun nicht mehr cos(5) berechnet werden. Die Funktion f erwartet jetzt 2 Parameter:

- **f(5); f(3,4); f(a,b+1);**

Zur Berechnung von Funktionswerten müssen Ausdrücke in Funktionen konvertiert werden. Will man die Funktion dann nicht wieder unter Eingabe des gesamten Ausdrucks definieren, kann man den Befehl ***unapply*** nutzen. Dieser Befehl muss vorher aus der Funktionsbibliothek ***fp*** geladen werden:

- **export(fp,unapply);** (nur einmal aufrufen, steht dann immer zur Verfügung)
- **Ausdruck := x^3 + sin(x);** definiert einen Ausdruck
- **Funktion := unapply(Ausduck);** wandelt den Ausdruck in eine Funktion um
- **Ausdruck(5); Funktion(5);** Nur der zweite Befehl kann den Funktionswert berechnen.

## Manipulation von Ausdrücken

Eine sehr wichtige Aufgabe von einem CAS ist das Vereinfachen oder Umformen von Ausdrücken.
Der Befehl ***expand*** multipliziert Ausdrücke aus oder wendet die Additionstheoreme an:

- **expand(exp(x + y)); expand(sin(x – y)); expand(cos(x + y)); expand(tan(x + y));**

Statt x und y können natürlich wiederum Ausdrücke verwendet werden, z.B.:

- **expand(tan(x + 3*PI/2));**

Mit ***normal*** werden rationale Ausdrücke zusammengefasst, also auf einen Nenner gebracht:

- **A1:= x/(1+x) – 2/(1–x); A2 := normal(A1);**

Gemeinsame Faktoren in Zähler und Nenner werden durch ***normal*** gekürzt:

- **A3 := x^2/(x+y) – y^2/(x+y); normal(A3);**

Umgekehrt wird ein rationaler Ausdruck durch ***partfrac*** in eine Summe rationaler Terme zerlegt:

- **partfrac(A2,x);** zerlegt den oben definierten Ausdruck A2

Der Befehl ***simplify*** ist ein universeller Vereinfacher. MuPAD versucht eine einfache Darstellung zu finden.

- **A4 := (exp(x) – 1)/(exp(x/2)+1); simplify(A4);**

Die Funktion ***radsimp*** vereinfacht Ausdrücke mit Wurzeln:

- **A5 := sqrt(4 + 2*sqrt(3)); radsimp(A5);**

Der Befehl ***Factor*** überführt eine Summe in ein Produkt. (Schreiben Sie die Eingaben zum Vergleich auf!)

- **Factor(x^3+3*x^2+3*x+1); Factor(2*x*y–2*x–2*y+x^2+y^2); Factor(x^2/(x+y)–z^2/(x+y));**

## Aufgaben:

1. Berechnen Sie die f(22) und f(-13) exakt und numerisch. $f(x) = x^3 - 2\sin^2(x) + 25$
2. Multiplizieren Sie die Ausdrücke $(x + y)^2$, $(x + y)^{100}$ und $(x^2 - y)^5$ aus!
3. Überprüfen Sie die Additionstheoreme sin(x+y), cos(x-y) und tan(x-y).
4. Versuchen Sie, die Funktionen LB S. 225/C177 als Produkte darzustellen.
5. Bilden sie die Summe aus den Funktionen $f_1$, $f_2$ und $f_3$ (LB S. 225/C177) und bringen Sie die Summe auf einen Nenner. (analog mit $f_4$, $f_5$, $f_6$ und $f_7$, $f_8$, $f_9$)

Speichern Sie die Arbeit unter **Manipulation.txt** ab.